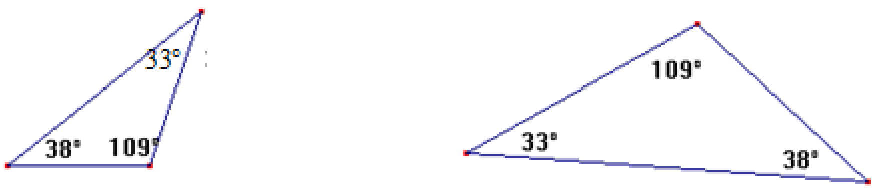
# Triangles semblables

## Définition

Dire que deux triangles sont **semblables** signifie que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

On dit aussi que les **triangles sont de même forme**.

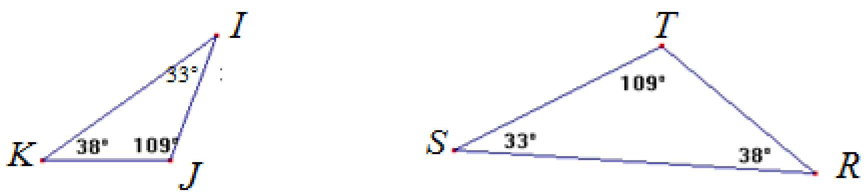



## Remarque

Dans la suite, on respectera toujours l'ordre des lettres :

**ABC** et **MNP** sont semblables si :

$$\widehat{A} = \widehat{M} \; ; \quad \widehat{B} = \widehat{N} \; ; \quad \widehat{C} = \widehat{P}$$




Les triangles IJK et STR sont semblables car :

$\widehat{I} = \widehat{S} = 33°$

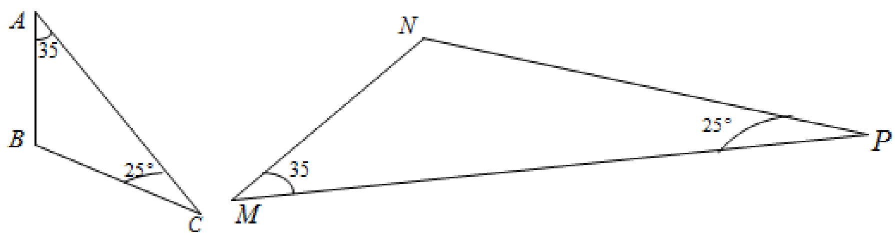
$\widehat{J} = \widehat{T} = 109°$

$\widehat{K} = \widehat{R} = 38°$

## Remarque importante

Dans la pratique, il suffit que deux angles de l'un des triangles soient égaux à deux angles de l'autre triangle, puisque la somme des angles est égale à 180°.

**Exemple** : On considère les deux triangles suivants :




$\widehat{B} = 180 - \widehat{A} - \widehat{C} = 180 - 35 - 25 = 120°$

On a : $\widehat{N} = 180 - \widehat{M} - \widehat{P} = 180 - 35 - 25 = 120°$

On en déduit que $\widehat{A} = \widehat{M}$ ; $\widehat{B} = \widehat{N}$ et $\widehat{C} = \widehat{P}$ donc les triangles ABC et MNP sont semblables.

**Caractérisation des triangles semblables**

Si deux triangles sont semblables, alors les côtés opposés aux angles égaux sont proportionnels.

ABC et MNP deux triangles semblables, alors :

$$\boxed{\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC} = k}$$

Définition : k est appelé **rapport de similitude**.

La réciproque de cette propriété est vraie (voir la diapositive suivante) :

Théorème : Si deux triangles ont leurs côtés proportionnels, alors ils sont semblables.

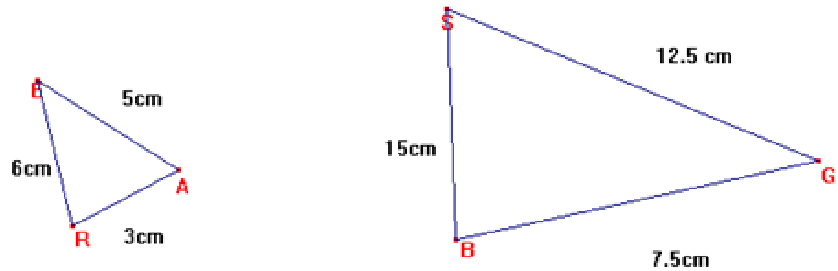
Plus précisément, si ABC et MNP sont deux triangles tels que :

$$\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC} = k$$

alors ils sont semblables.

*Remarque* : on peut en conclure que deux triangles sont de même forme **si, et seulement si**, leurs côtés sont proportionnels.

### Exemple




Les triangles sont semblables car :
12.5 / 5 = 2.5 ; 7.5 / 3 = 2.5 et 15 / 6 = 2.5 donc les côtés sont proportionnels donc ils sont semblables.

### Aire et similitude

<u>Théorème</u> : Si k est le rapport de similitude du triangle ABC au triangle de même forme A'B'C', alors l'aire du triangle A'B'C' est égale à $k^2$ fois l'aire du triangle ABC.

<u>Exemple</u> : dans la figure de la diapositive précédente :
Aire du triangle BSG = $2.5^2$ x Aire du triangle AER