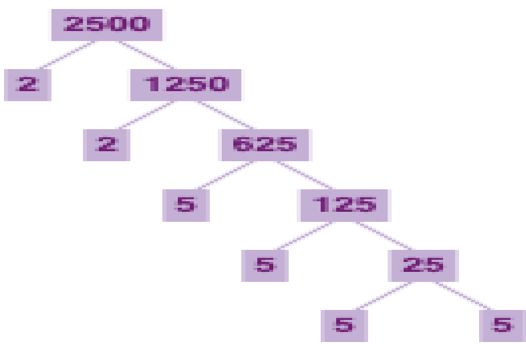
3.1: Les facteurs et les multiples de nombres naturels

Nombre premier: un nombre qui a seulement deux diviseurs, soit 1 et lui-même
Nombre composé: tout autre nombre qui n'est pas un nombre premier

Exemple: Décompose 2500 en facteurs premiers.



La factorisation première est 5•5•2•2•5•5, ou $2^2 5^4$.

Exemple: Détermine le plus grand facteur commun entre 42 et 108. (Note les facteurs dans un diagramme en forme d'arc-en-ciel)

Méthode #1: 42: 1,2,3,**6,**7,14,21,42
108: 1,2,3,4,**6**,18, 9,12,36,47,54,108

Méthode #2: 42= **23**7
108= 2**23**33

Le plus grand facteur commun est 23, ce qui égal à 6.

Exemple: Détermine le plus petit multiple entre 8, 18 et 24.

Méthode #1: 8: 8,16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, **72**…
18: 18, 36, 54, **72**...
24: 24, 48, **72**...

Méthode #2:
1. Décompose les nombres en nombres premiers.
   a. 8: 2x2x2 = $\mathbf{2^3}$
   b. 18: 2x3x3= 2×3^2
   c. 24: 2x2x2x3 = $2^3 \times 3$
2. Identifie les nombres premiers avec le degré le plus élevé.

Le nombre premier 2 avec le degré le plus élevé est **2^3**.
Le nombre premier 3 avec le degré le plus élevé est 3^2.
3. Multiplie ces deux nombres premiers au degré le plus élevé ensemble.
Les facteurs les plus élevés de chaque nombre est **2^3**,3^2. Donc, **2^3**3^2= 8x9= 72.

Exemple: Problèmes de mots

1. Deux coureurs font plusieurs fois le tour d'une piste. Le premier prend 30 minutes pour réaliser un tour, alors que le second prend 45 minutes. S'ils sont partis en même temps, après combien de minutes vont-ils se retrouver de nouveau au point de départ simultanément?

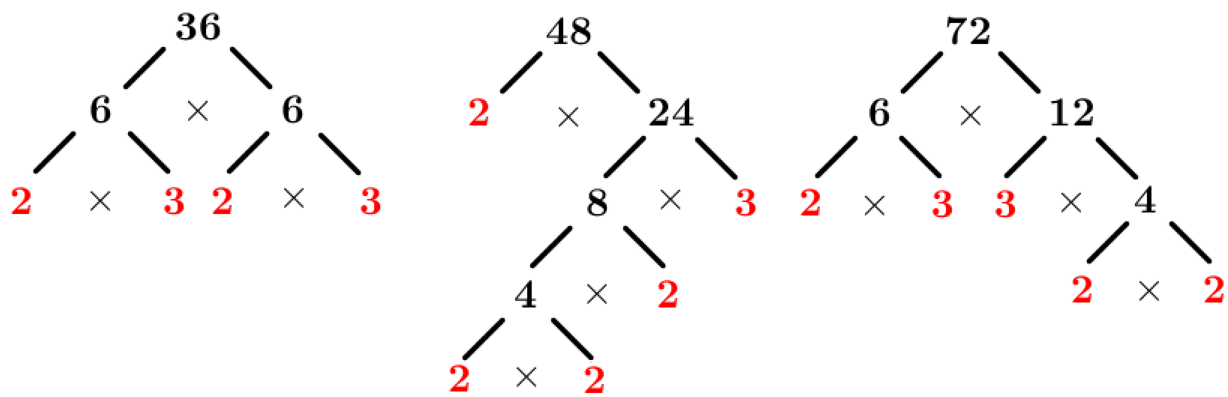
a. Trouve le PPCM:

Le premier coureur revient au point de départ après: 30, 60, **90**, 120… minutes
Le deuxième coureur revient au point de départ après: 45, **90,** 135… minutes

Le PPCM est donc 90. Les coureurs seront retrouvés au point de départ en même temps après 45 minutes.

2. Pour son anniversaire, Hannah a acheté 36 caramels, 48 suçons et 72 petites barres de chocolat. Elle veut faire le plus de sacs de bonbons possibles tout en ayant le même nombre de friandises de chaque sorte dans les sacs.

a) Combien de sacs Hannah pourra-t-elle faire?
On obtient:



36=2×2×3×3
48=2×2×2×2×3
72=2×2×2×3×3

On remarque que

PGCD(36,48,72)=2×2×3=12
PGCD(36,48,72)=2×2×3=12

b) Combien de friandises de chaque sorte y aura-t-il dans un sac?

Jocelyne pourra faire 12 sacs.
Dans un sac, on retrouvera :

36÷12=3 caramels,
48÷12=4 suçons,
72÷12=6 petites barres de chocolat.

Exemple d’extra:

Trouve le PGFC entre:

a. 40 et 28= 4 b) 54 et 48=6 c) 12 et 72=12

Trouve le PPCM entre:

a. 45 et 50 =450 b) 27 et 63= 189 c)15, 55 et 330 = 330

Problèmes de mots:

a. Dans un restaurant, on a deux réservations de groupes pour la soirée: un groupe de 60 personnes et un groupe de 90 personnes. On souhaite les répartir à des tables où pourront s'asseoir le plus de personnes possible ensemble, mais on veut qu'il y ait le même nombre de personnes à chaque table. Combien y aura-t-il de personnes assises à chaque table?

Le PGFC entre 60 et 90 est 30 donc 30 est le plus grand nombre de personnes qu'il est possible d'asseoir à des tables ayant le même nombre de personnes.