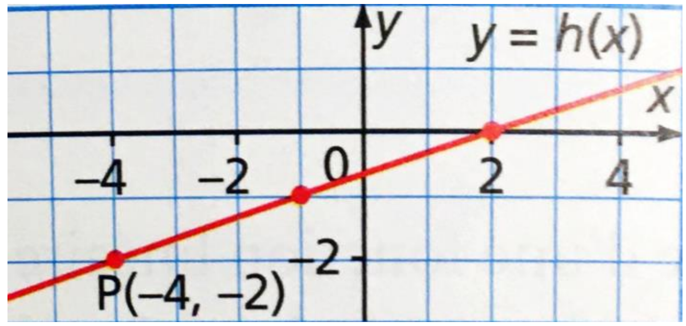
6.5. L'équation sous la forme pente-point d'une fonction linéaire

Si tu connais la pente d'une droite et les coordonnées d'un point de cette droite, tu peux déterminer une équation de cette droite



Observons le graphique suivant :

La pente, m, est égale à $\frac{1}{3}$ et passe par le point P(-4,-2)

À l'aide d'un autre point quelconque Q(x,y) de la Droite, on peut écrire l'équation de la pente, m :

m = $\frac{y-(-2)}{x-(-4)}$

m = $\frac{y+2}{x+4}$

et si m = $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ = $\frac{y+2}{x+4}$; pour se débarasser du x + 4, il faut multiplier les deux côtés de l'équation par x + 4

$\frac{1}{3}$(x + 4) = y + 2 ; et on renverse l'équation pour des raisons qui sont expliquées ci-dessous :

y + 2 = $\frac{1}{3}$(x + 4)

Cette équation est sous la **forme pente-point**, ce qui nous permet de connaître la ***pente*** ainsi qu'un point sur la ***droite***

> **L'équation sous la forme pente-point d'une fonction linéaire**
>
> L'équation de la droite de pente *m* qui passe par le point P(x_1, y_2) est
>
> $y - y_1 = m(x - x_1)$

Comment tracer le graphique d'une fonction linéaire à partir de son équation sous la forme pente-point

Ex : Décris le graphique de la fonction linéaire dont l'équation est y + 1 = - $\frac{1}{2}$ (x – 2).

Solution :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$; en comparant l'équation de forme pente-point avec l'équation en question, on peut en déduire l'information

d'abord :

$y_1 = -1$

$m = -\frac{1}{2}$

$x_1 = 2$

La pente est $m = -\frac{1}{2}$ et la droite passe par le point (2,-1)

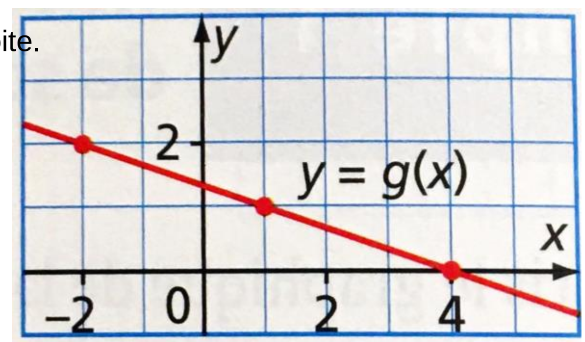
Comment écrire une équation pour une droite à partir de sa pente et d'un point qui appartient à la droite

Ex :

a. Écrire une équation sous la forme pente-point pour cette droite.

b. Écrire l'équation obtenue sous forme explicite

c. Quelle est l'ordonnée à l'origine de la droite?



Solutions :

Déterminer

i. **les coordonnées d'un point sur la droite et**
ii. **trouver la pente**

i. **Soit (1, 1)**
ii. **$m = -\frac{1}{3}$**

Utiliser maintenant la forme pente-point de l'équation :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y – (1) = - \frac{1}{3} (x – 1)$

$y – 1 = - \frac{1}{3} (x - 1)$ f

(Et oui! Il est possible que la forme pente-point varie. Par exemple, si tu avais choisi les coordonnées (-2, 2), tu aurais la réponse alternative suivante :

$y – 2 = - \frac{1}{3} (x + 2)$

Tu arriverais toujours à la même équation à forme explicite

Maintenant, on l’écrit sous forme explicite à partir de la forme pente-point

$y = - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + 1$

$y = - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} + \frac{3}{3}$

$y = - \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$; alors, l’ordonnée à l’origine est $b = \frac{4}{3}$

Comment écrire une équation d’une fonction linéaire à partir de deux points de son graphique

Si un problème donne seulement deux points d’une fonction linéaire, on peut les utiliser, avec la formule pour trouver une pente, pour déterminer l’équation de la fonction :

Si $A(x_1, y_1)$ et $B(x_1, y_2)$, d’abord :

Il y a deux façons que l’on peut exprimer la pente de la fonction :

$m = \frac{y-y1}{x-x1}$ et $m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

D’abord, on peut substituer m :

$$\frac{y-y1}{x-x1} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$$

Ex : La température c, en degrés Celsius, est une fonction linéaire de la température f, en degrés Fahrenheit. Le point d'ébullition de l'eau est de 100°C, ou 212°F. Le point de congélation de l'eau est 0°C et 32°F.

a. Écrire une équation linéaire pour représenter cette fonction
b. À l'aide de l'équation, déterminer la température en Celsius du point de fusion du fer, soit 2795°F

Solution :

Servons nous de la fonction :

a) C = f(F)

Alors,

$\frac{C-C1}{F-F1} = \frac{C2-C1}{F2-F1}$

C_1 = 100°C et F_1 = 212°F

C_2 = 0°C et F_2 = 32°F

$\frac{C-100}{F-212} = \frac{0-100}{32-212}$

$\frac{C-100}{F-212} = \frac{100}{180}$

$$\frac{C-100}{F-212} = \frac{5}{9}$$

C – 100 = $\frac{5}{9}$(F – 212); est une équation linéaire

On peut aussi l'écrire :

C = $\frac{5}{9}$f - $\frac{160}{9}$

b) Servons-nous de l'équation linéaire pour résoudre :

C = $\frac{5}{9}$f - $\frac{160}{9}$

Si F = 2795°F

C = $\frac{5}{9}$(2795) - $\frac{160}{9}$

C = 1552,8 – 17,8 C = 1535°C

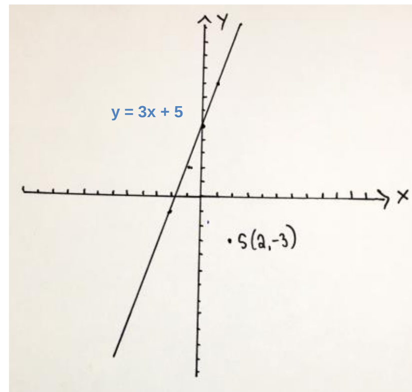
Comment écrire une équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée

Ex : Écrire une équation de la droite qui passe par le point S(2, -3) et qui est :

a. Parallèle à la droite y = 3x + 5
b. Perpendiculaire à la droite y = 3x + 5

Solutions

Trace la droite d'équation y = 3x + 5 et trace le point S(2, -3)



On sait que la pente est m = 3

a. **Toute droite qui est parallèle à la droite y = 3x + 5 a une pente de m = 3**

   La droite recherchée passe par S(2, -3)

   Alors, utiliser :

   $y - y_1 = m(x - x_1)$

   y – (-3) = 3(x – 2)

   y + 3 = 3(x – 2) est une droite parallèle à y = 3x + 5 qui passe par le point S(2, -3)

b. **Toute droite qui est perpendiculaire à la droite y = 3x + 5 a une pente qui est l'opposée de l'inverse de m = 3; alors, la pente de cette droite serait m = $-\frac{1}{3}$.**

   Ainsi, la droite recherchée passe par S(2, -3)

   Alors, on utilise :

   $y - y_1 = m(x - x_1)$
   $y - (-3) = -\frac{1}{3}(x - 2)$
   $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$ est une droite perpendiculaire qui passe par le point S(2, -3)