

7.4 Résoudre un système d'équations linéaires par substitutions

Comment résoudre un système linéaire par substitution

Ex : Résoudre le système linéaire suivant :

$$5x - 3y = 18$$

$$4x - 6y = 18$$

Solution :

Choisir une des deux équations pour isoler une variable

$$4x - 6y = 18$$

$$4x = 18 + 6y$$

$$x = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}y$$

et on remplace la valeur attribuée à x dans l'autre équation

$$5x - 3y = 18$$

$$5\left(\frac{9}{2} + \frac{3}{2}y\right) - 3y = 18$$

$$\frac{45}{2} + \frac{15}{2}y - 3y = 18 ; \text{ on multiplie chaque terme par 2 pour se débarrasser des fractions}$$

$$45 + 15y - 6y = 36$$

$$9y = 36 - 45$$

$$y = -1$$

D'abord, si $y = -1$, on le remplace dans une des deux équations :

$$5x - 3(-1) = 18$$

$$5x + 3 = 18$$

$$x = 3$$

Alors, les deux droites des équations ci-dessus se croisent à (3, -1)

Comment résoudre un problème à l'aide d'un système linéaire

Ex :

- Représenter la situation suivante à l'aide d'un système linéaire :
Tu places 1800\$: une partie à un taux d'intérêt annuel de 3,5% et le reste à un taux d'intérêt de 4,5%. L'intérêt gagné au bout d'un an est de 73\$.
- Quel montant de monnaie as-tu placé à chaque taux?

Solutions :

a. $x + y = 1800$
 $0,035x + 0,045y = 73$

b. $x = 1800 - y$; on remplace cette valeur attribuée à x dans l'autre équation

$$0,035(1800 - y) + 0,045y = 73$$
$$63 - 0,035y + 0,045y = 73$$
$$0,01y = 10$$
$$y = 1000$$

si $y = 1000$
 $x + 1000 = 1800$
 $x = 800$

Alors, tu as placé 800\$ à 3,5% et 1000\$ à 4,5%.

Comment résoudre un système linéaire possédant des coefficients fractionnaires

Ici, vos habiletés quant à l'arithmétique seront testées!

Ex : Résoudre ce système linéaire par substitution

$$\frac{1}{2}x - \frac{4}{5}y = -2$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{8}$$

Solution :

$$\frac{1}{2}x - \frac{4}{5}\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{8}\right) = -2$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}x + \frac{3}{10} = -2; \text{ on utilise un dénominateur commun (10)}$$

$$5x - 2x + 3 = -20$$

$$3x = -23$$

$$x = \frac{-23}{3}$$

Si $x = \frac{-23}{3}$, on substitue sa valeur attribué dans une des deux équations :

$$y = \frac{1}{4}\left(\frac{-23}{3}\right) - \frac{3}{8}$$

$$y = \frac{-23}{12} - \frac{3}{8}$$

$$y = \frac{-184}{96} - \frac{36}{96}$$

$$y = \frac{-220}{96}$$

$$y = \frac{-55}{24}$$

Alors, les droites se croisent à $\left(\frac{-23}{3}, \frac{-55}{24}\right)$