

7.5 Résoudre un système d'équations linéaires par élimination

Comment résoudre un système linéaire en soustrayant pour éliminer une variable

Ex : Résoudre le système linéaire suivant :

$$2x + 7y = 24$$

$$3x - 2y = -4$$

Solution :

Nous allons soustraire une équation de l'autre. Mais il faut qu'on moins un terme semble ait le même coefficient. Sinon, il faut trouver le plus petit commun multiple (PPCM).

Le PPCM est 6
pour x $2x + 7y = 24 \rightarrow$ on multiplie par 3
 $3x - 2y = -4$ \rightarrow on multiplie par 2

$$6x + 21y = 72$$

$$-(6x - 4y = -8)$$

*N'oubliez pas que la soustraction renverse les signes dans l'équation à cause de la distributivité

$$21y - (-4y) = 72 - (-8)$$

$$25y = 80$$

$$y = 3,2$$

Remplacer y par 3,2 dans la première équation :

$$6x + 21(3,2) = 72$$

$$6x = 72 - 67,2$$

$$6x = 4,8$$

$$x = 0,8$$

Comment résoudre un système linéaire en additionnant pour éliminer une variable

Ex : Résoudre le système linéaire suivant par élimination

$$\frac{3}{4}x - y = 2$$

$$\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}y = 2$$

Solution :

Le PPCM pour le système est d'abord 8. Après avoir multiplié les deux équations par 8, j'ai :

$$6x - 8y = 16$$

$$x + 2y = 16$$

Je n'ai toujours pas de terme commun semblable, alors je multiplie ma deuxième équation par 4 pour avoir un terme semblable (soit y) avec le même coefficient.

$$\begin{array}{r} 6x - 8y = 16 \\ +4x + 8y = 64 \\ \hline 10x = 80 \\ \mathbf{x = 8} \end{array}$$

Remplace $x = 8$ dans la deuxième équation et :

$$\begin{array}{r} 4(8) + 8y = 64 \\ 8y = 32 \\ \mathbf{y = 4} \end{array}$$

Comment résoudre des problèmes à l'aide d'un système linéaire

Ex : Une artiste doit créer une statue d'un corbeau d'une masse de 625g faite d'un alliage à 40% d'argent. Elle a un alliage à 50% d'argent et une autre de 25% d'argent.

- Représenter ce scénario avec un système linéaire
- Quelles masses de chaque alliage doit-elle combiner afin d'obtenir l'alliage désiré?

Solution :

$$\begin{array}{r} x + y = 625 \\ 0,50x + 0,25y = 250; \text{ Le 250 est trouvé à partir de 40\% de 625g} \end{array}$$

Utilisons la soustraction pour éliminer une variable. Avant, il faut utiliser un PPCM afin d'avoir un terme commun avec un coefficient commun.

On multiplie la première équation par 0,5

$$\begin{array}{r} 0,50x + 0,50y = 312,5 \\ \underline{-0,50x + 0,25y = 250} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,25y = 62,5 \\ \mathbf{y = 250} \rightarrow \text{ce qui représente 250g de l'alliage de 25\%} \end{array}$$

Remplace $y = 250$ dans la première équation :

$$\begin{array}{r} x + 250 = 625 \\ \mathbf{x = 375} \rightarrow \text{ce qui représente 375g de l'alliage de 50\%} \end{array}$$