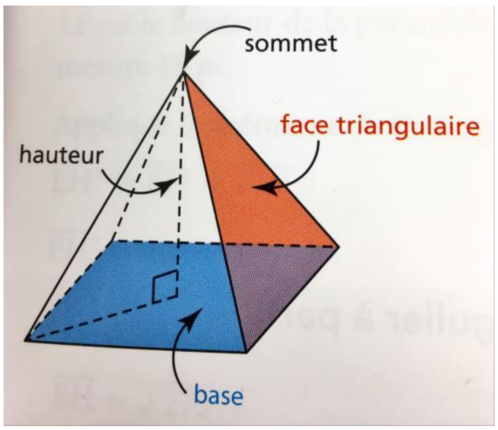
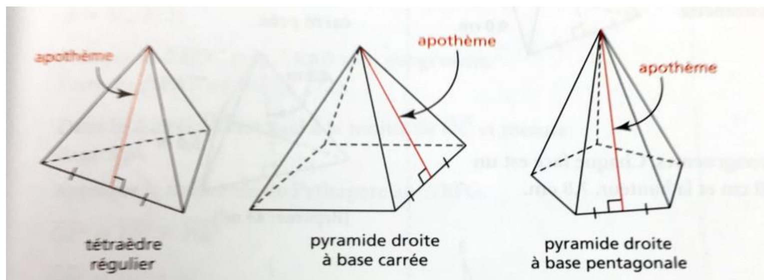
1.4 L'aire totale des pyramides droites et de cônes droits

Une pyramide droite :

- Objet à trois dimensions
- Leurs faces sont triangulaires
- La base est un polygone
- Les faces se rencontrent à un **sommet**
- **L'apothème** est la hauteur d'une face triangulaire





L'aire totale d'une pyramide à base carrée :

$A_{totale} = 4A + B$

Où ***A*** est une surface triangulaire et ***B*** est la base.

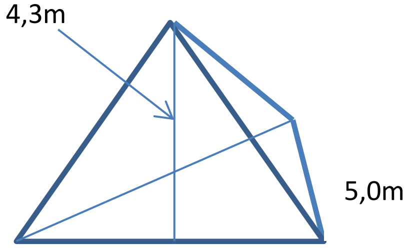
Pour une surface triangulaire :

A = $\frac{1}{2}bh$; ***b*** est la base et ***h*** est la hauteur.

Comment déterminer l'aire totale d'un tétraèdre régulier à partir de son apothème

Ex : Calcule l'aire de ce tétraèdre régulier.

Solution : on sait qu'un tétraèdre a 4 faces congruentes. Chaque face est un triangle dont la base mesure 5,0m et l'apothème est 4,3m.



A = $\frac{1}{2}$bh

A = $\frac{1}{2}$(5,0m)(4,3m)

A = 10,75m^2 est l'aire d'une face

A_{totale} = 4A

A_{totale} = 4($\frac{1}{2}$(5,0m)(4,3m))

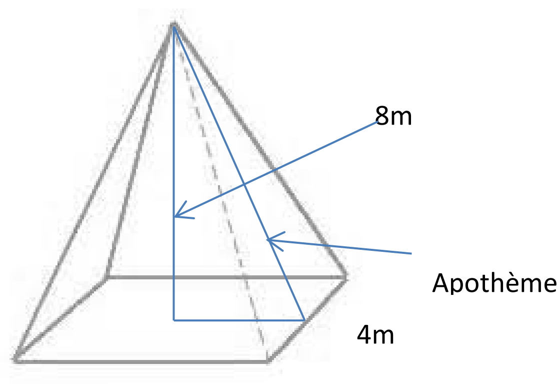
A_{totale} = = 4(10,75m^2)

A_{totale} = 43 m^2

Comment déterminer l'aire totale d'une pyramide droite à base rectangulaire

Ex : Une pyramide droite a une base rectangulaire de 4m sur 6m et une hauteur de 8m. Calcule l'aire totale de la pyramide au mètre carré près.

Solution :



A_{totale} = 4A + B

A = $\frac{1}{2}bh$; ***b*** est la base et ***h*** est la hauteur.

Il faut noter que l'apothème n'est pas la même chose que la hauteur.

On peut utiliser le théorème de Pythagore pour trouver l'apothème. Mais parce que la base est rectangulaire, l'apothème n'est pas pareil pour toutes surfaces.

h^2 = a^2 + b^2

h^2 = 3^2 + 8^2

h = $\sqrt{9+64}$

h = $\sqrt{73}$m

On se sert de cette mesure pour trouver l'aire des deux surfaces triangulaires des côtés

A = $\frac{1}{2}bh$

A = $\frac{1}{2}(6m)(\sqrt{73}m)$

A = $3\sqrt{73}m^2$

Pour l'autre apothème :

$h^2 = a^2 + b^2$
$h^2 = 2^2 + 8^2$
h = $\sqrt{4+64}$

h = $\sqrt{68}$m

On se sert de cette mesure pour trouver l'aire des deux surfaces triangulaires devant/derrière

A = $\frac{1}{2}(4m)(\sqrt{68}m)$

A = $2\sqrt{68}m^2$

Étant donné que j'ai deux surfaces triangulaires différentes, l'aire totale sera calculée avec :

$A_{totale} = 2A_{surfaces\ du\ côté} + 2A_{surface\ devant/derrière} + A_{base}$

$A_{totale} = 2(3\sqrt{73})m^2 + 2(2\sqrt{68}m^2) + [(4m)(6m)]$

$A_{totale} = (51{,}26 + 32{,}98 + 24)m^2$

$A_{totale} = 108{,}6m^2$

<u>L'aire totale d'une pyramide droite dont la base est un polygone régulier</u>

Soit a, l'apothème :

$A_{totale} = \frac{1}{2}$a(périmètre de la base) + aire de la base

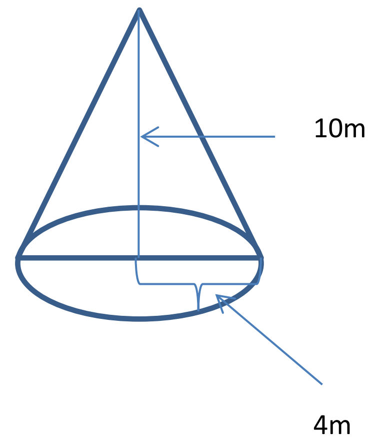
<u>L'aire totale d'un cône droit</u>

$A_{totale} = A_{latérale} + A_{base}$

Donc, *r* est le rayon et *a* est l'apothème

$A_{totale} = \pi ra + \pi r^2$

Ex : Un cône droit a une base de 4m de rayon et une hauteur de 10m. Trouve l'aire totale du cône au centième d'un mètre carré près.



Solution :

Il faut trouver l'apothème.

$a^2 = x^2 + y^2$

$a^2 = 4^2 + 10^2$

a = $\sqrt{116}$m

Utilisons la formule pour l'aire d'un cône droit :

$A_{totale} = \pi ra + \pi r^2$

$A_{totale} = \pi(4)(\sqrt{116}) + \pi(4)^2$

$A_{totale} = 135{,}34 + 50{,}27$

$A_{totale} = 185{,}61 m^2$